

Examen d'optique instrumentale

durée 3h

aucun document autorisé (formulaire fourni)

calculatrice autorisée

Le sujet présente quatre feuilles, un formulaire et une annexe.
L'annexe, en mentionnant vos nom&prénom, est à rendre avec votre copie.

Etude simplifiée d'un télescope équipé d'une optique adaptative

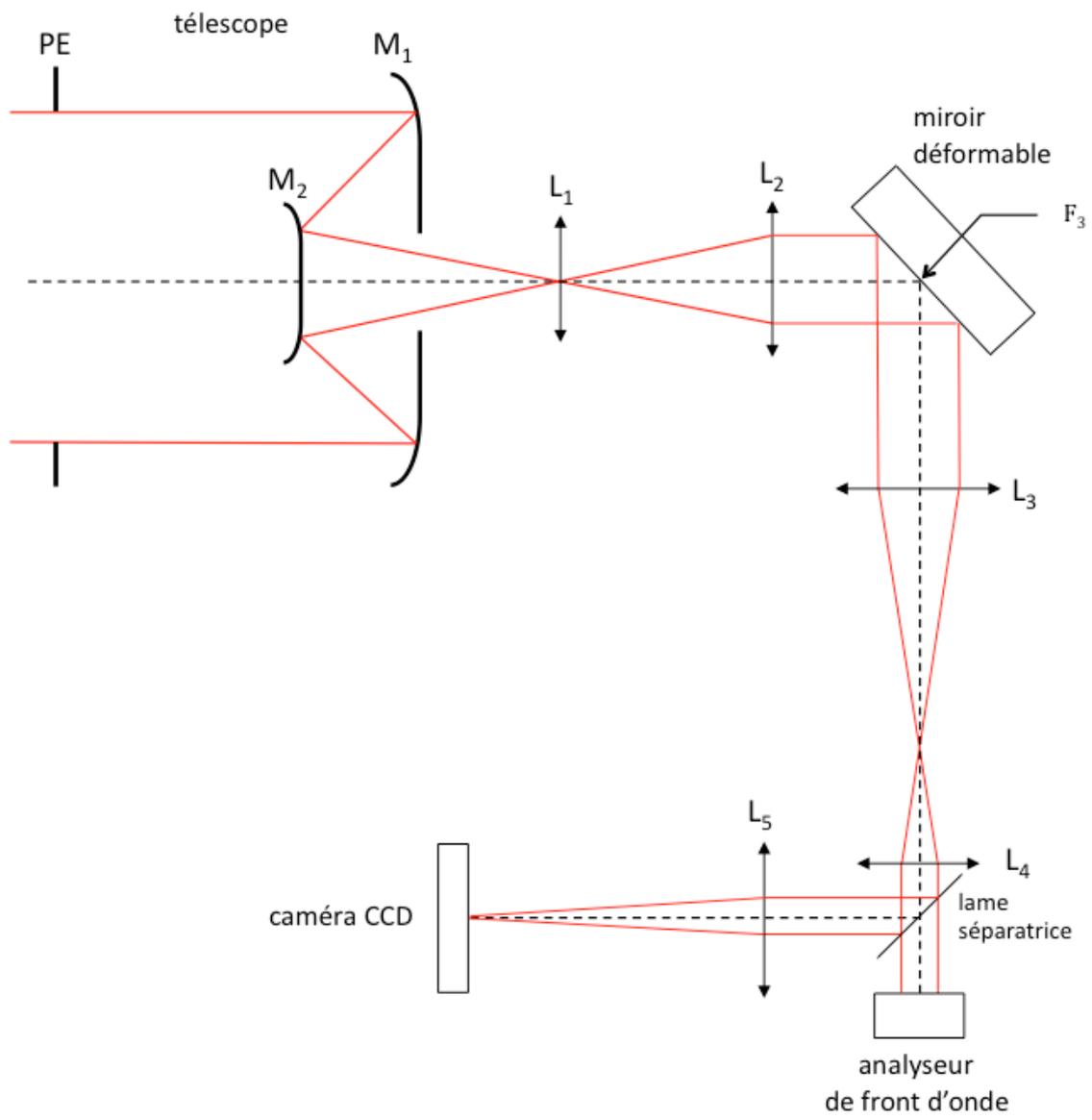
La résolution des télescopes sur Terre est fortement limitée par les turbulences atmosphériques. L'utilisation d'un système optique actif et adaptatif permet de compenser en temps réel les déformations dues à ces turbulences. Le principe associe une analyse du défaut du front d'onde provoqué par les turbulences et une compensation en temps réel par un miroir déformable.

Le montage optique que vous allez étudier est constitué :

- d'un **télescope de type Cassegrain** constitué des miroirs M_1 et M_2 et de distance focale f' de 500 mm . Le rayon de courbure du miroir primaire concave M_1 est $R_1 = 200\text{ mm}$. Le rayon de courbure du miroir secondaire convexe M_2 , est $R_2 = 50\text{ mm}$. Le miroir secondaire conjugue le foyer F_1 du miroir primaire et le foyer F' du télescope.
- d'une **pupille d'entrée** de diamètre $\Phi_{PE} = 100\text{ mm}$ est placée au centre de courbure du miroir primaire.
- d'une lentille de champ convergente L_1 de distance focale $f'_1 = 100\text{ mm}$.
- d'une lentille convergente L_2 de focale $f'_2 = 150\text{ mm}$. La lentille L_1 est positionnée au foyer objet de la lentille L_2 .
- d'un miroir déformable de 50 mm de diamètre. Ce miroir permet de compenser les défauts et est incliné de 45° par rapport à la direction de propagation du faisceau lumineux.
- d'un système afocal constitué de deux lentilles convergentes L_3 et L_4 .
- d'une matrice de 6 mm par 6 mm de 10×10 microlentilles et d'une matrice CCD pour l'analyse du front d'onde

L'image finale est obtenue sur une caméra CCD au foyer d'une lentille convergente L_5 .

Le schéma du système complet est représenté ci-après. L'échelle n'est pas respectée.



*Les questions sont très largement indépendantes
Le barème est approximativement de 1 point par question*

A. Résolution du télescope et mise en place sur l'axe

1. Ecrire les conjugaisons à travers le télescope et en déduire quel doit être le grandissement de la conjugaison par le second miroir M_2 ?
2. Faire un schéma déplié du télescope en remplaçant chacun des miroirs par la lentille mince équivalente.
3. Montrer que la distance entre les deux miroirs $\overline{M_1M_2} = -80 \text{ mm}$.
4. Déterminer $\overline{M_1F'}$ la distance entre le foyer image du télescope et le miroir primaire.
5. Sur l'annexe fournie ($\times 1$ en longitudinal et $\times 1$ en transversal), placer le miroir secondaire et tracer les deux rayons provenant d'un objet ponctuel placé à l'infini sur l'axe et traversant le télescope dans sa totalité en s'appuyant sur les deux bords de la pupille d'entrée.
6. Déterminer par le calcul la position et le diamètre de la pupille de sortie du télescope. Vérifier par un tracé de rayon et positionner la sur votre schéma
7. Déterminer la valeur de l'ouverture numérique image en utilisant les résultats obtenue pour la pupille de sortie et vérifier votre résultat en utilisant le nombre d'ouverture que vous calculerez.
8. Si on suppose la résolution du télescope limitée par la diffraction, quelle est sa résolution angulaire objet en seconde d'arc pour une longueur d'onde $\lambda = 1 \mu\text{m}$?
9. Si l'on place un capteur CCD de pixels carrés de $20 \mu\text{m}$ de côté dans le plan du foyer image du télescope que devient la résolution angulaire objet du télescope ?
10. Avec quelle précision longitudinale doit-on positionner le capteur CCD par rapport au plan focal ?

B. Etude du champ

Le télescope a un champ de pleine lumière de 20 mm de diamètre dans le plan focal image.

11. Calculer les champs objet et intermédiaire de pleine lumière correspondants.
12. Sur l'annexe, tracer deux rayons qui s'appuient sur les deux bords de la pupille d'entrée pour un point objet à l'infini sur l'un des bords du champ de pleine lumière et qui traversent l'ensemble du télescope.

13. Déterminer graphiquement le diamètre minimum du trou pratiqué dans le miroir M_1 , le diamètre du miroir M_1 et celui du miroir M_2 .
14. En déduire le facteur d'obturation minimal du télescope.

C. Photométrie

La magnitude m d'une étoile est donnée par $m = -2,5 \times \log_{10}(E/E_0)$ où E est l'éclairement qu'elle produit à la surface de la terre et $E_0 = 2,52 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$. Les miroirs du télescope ont des coefficients de réflexion en intensité de 90%. On pointe le télescope vers une étoile non résolue de magnitude $m = 6$ qui est par ailleurs la magnitude minimale détectable à l'œil nu.

15. Quel est le flux total reçu dans le plan focal F' ?
16. Si l'on place une caméra CCD en F' , en déduire le flux reçu par un pixel. Donnez votre résultat en nombre de photons par seconde pour une longueur d'onde $\lambda = 1 \text{ } \mu\text{m}$ (constantes utiles, $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$).

D. Système afocal

Les lentilles L_1 et L_2 donne une image de la pupille du télescope sur le miroir déformable de diamètre 30 mm. Cette pupille intermédiaire P_i est située dans le plan focal objet de la lentille L_3 tel que $\overline{P_i L_3} = 250 \text{ mm}$.

Le système afocal constitué par les lentilles L_3 et L_4 doit conjuguer la pupille intermédiaire P_i et l'analyseur de front d'onde. L'analyseur est de forme carrée de 6 mm par 6 mm (on veut donc que la pupille au niveau de l'analyseur ait un diamètre de 6 mm).

17. Quel doit être le grandissement du système afocal et en déduire la focal de la lentille L_4 ?
18. Quelle doit être la distance entre l'analyseur de front d'onde et la lentille L_4 ?
19. Quelle est la dimension du champ de pleine lumière dans l'espace intermédiaire entre L_3 et L_4 .
20. Déterminer la dimension des lentilles L_3 et L_4 pour qu'elles ne limitent pas le champ de pleine lumière.

ANNEXE
Nom Prénom

P_E



M_1



C_1



C_2



F_2



F_1



M_2



OPTIQUE INSTRUMENTALE janvier 2018

1. **1pt** $\infty \xrightarrow{M1} F1 \xrightarrow{M2} F'$
 $\theta \longrightarrow y_1 = -f_1 \theta \longrightarrow y' = g_{M2} y_1 = f' \theta$ soit $g_{M2} = -f' / f_1 = -500 / -100 = +5$
2. **1pt** schéma déplié (convergente + divergente) !!! **0,5 si pas de tracé des rayons**
3. **1pt** gullstrand ou grandissement (attention à ceux qui utilise la distance sur le schéma)
4. **1pt** $F_1 \xrightarrow{M2} F'$ $\overline{M_2 F'} = 100mm$ soit $\overline{M_1 F'} = 20mm$
5. **1pt** schéma sur l'axe
6. **0,5pt** $\overline{M_2 P_S} = -31,6mm$ et $\Phi_{P_S} = 26mm$ + **0,5pt** vérification schéma
7. **0,5pt** $ON' = \frac{\Phi_{P_S} / 2}{P_S F'} = \frac{13}{131,6} \approx 0,1$ et **0,5pt** $N = f' / \Phi_{PE} = 5 \rightarrow ON' = 1/2N = 0,1$
8. **1pt** $2,44 \lambda N = 12,2 \mu m \rightarrow R_{optique} = 6,1 \mu m \rightarrow \theta_{optique} = R_{optique} / f' = 12,2 \mu rad = 2,5''$
 même s'il manque le facteur 2 du critère de Rayleigh
9. **1pt** $\theta_{pixel} = R_{pixel} / f' = 40 \mu rad = 8,2''$
10. **1pt** $\pm \varepsilon = pixel / 2ON' \approx 100 \mu m$
11. **1pt** $\Phi_{image}^{CPL} = 20mm \rightarrow \Phi_{int}^{CPL} = \Phi_{image}^{CPL} / g_{M2} = 4mm \rightarrow \theta_{objet}^{CPL} = \Phi_{image}^{CPL} / f' = 40 mrad = 2,3^\circ$
12. **2pt** schéma avec les 2 rayons partants d'un bord de champ (**1pt si un seul rayon**)
13. **1pt** $\Phi_{M1} \approx 110 mm$ $\Phi_{trou} \approx 20 mm$ $\Phi_{M2} \approx 25 mm$
14. **1pt** $\tau = (\Phi_{M2} / \Phi_{PE})^2 = 6,3\%$
15. **1pt** l'image d'une étoile est un point donc
 $F_{foyer} = \mathfrak{N}_{M1} \times \mathfrak{N}_{M2} \times (1 - \tau) \times S_{PE} \times E_{PE} = \mathfrak{N}_{M1} \times \mathfrak{N}_{M2} \times (1 - \tau) \times S_{PE} \times E_0 10^{-m/2.5} = 5,98 \cdot 10^{-13} W$
16. **1pt** $F_{pixel} = F_{foyer} \rightarrow N_{pixel} = (\lambda F_{pixel} / hc) \approx 3 \cdot 10^6 photon / s$
17. **1pt** $|g_{L3+L4}| = \frac{6}{30} = 0,2 \rightarrow g_{L3+L4} = -\frac{f'_4}{f'_3} \rightarrow f'_4 = 50mm$
18. **1pt** 50 mm car analyseur de front d'onde au foyer de L4 car Pi au foyer de L3
19. **1pt** $\Phi^{CPL}(entre L_3 et L_4) = \Phi_{L3L4}^{CPL} = \Phi_{image}^{CPL} \times \frac{f'_3}{f'_2} = 20 \times \frac{250}{150} = 33,3mm$
20. **2pt** Dans l'espace entre L3 et L4 la pupille est à l'infini et est vue sous
 $\theta_{pupille} = \frac{\Phi_{Pi}}{f'_3} = \frac{30}{250} = 0,12rad$ donc $\Phi_{L4} = \Phi_{L3L4}^{CPL} + f'_4 \theta_{pupille} = 39,3mm$
 $\Phi_{L3} = \Phi_{L3L4}^{CPL} + f'_3 \theta_{pupille} = 63,3mm$

