

Les incertitudes de mesure en travaux pratiques.

*On mesure l'intelligence d'un individu
à la quantité d'incertitudes qu'il est capable de supporter.*
Emmanuel Kant

*L'humour : l'ivresse de la relativité des choses humaines ;
le plaisir étrange issu de la certitude qu'il n'y a pas de certitude.*
Milan Kundera

Sommaire

1	Introduction	1
2	Présenter un résultat de mesures	2
	2.1 Des exemples	2
	2.2 Chiffres significatifs	2
3	Évaluation des incertitudes	3
	3.1 Vocabulaire et définitions	3
	3.2 Méthode A : à l'aide de mesures multiples	5
	3.3 Méthode B : analyse "théorique"	8
4	Propagation des incertitudes	11

1 Introduction

Mesurer des grandeurs identifiées est une activité fondamentale dans les laboratoires de recherche scientifique et dans l'industrie. C'est aussi fondamental dans de nombreuses activités quotidiennes comme le pesage dans les commerces, les analyses biologiques, la mesure de vitesse avec un radar, ...

Il est nécessaire d'établir la confiance dans les résultats fournis lors de ces mesures.

Mesurer une grandeur (intensité d'un courant, tension, longueur,...), n'est donc pas simplement rechercher la valeur de cette grandeur mais aussi lui associer une incertitude afin de pouvoir qualifier la qualité de la mesure.

Déterminer une incertitude de mesure est une opération difficile et complexe, mais néanmoins indispensable (et pas seulement en TP, bien sûr).

Lorsque vous êtes verbalisé à 95 km/h pour une vitesse maximale autorisée de 90 km/h, vous êtes en droit de supposer que le radar a mesuré la vitesse de votre véhicule à 95 ± 3 km/h. Donc, si l'incertitude est donnée pour un intervalle de confiance de 99,7% (+/- 3 écart-types), votre véhicule roulait entre 92 et 98 km/h (avec une probabilité de 99,7 %). Pas de chance!

Quoi qu'il en soit, en Travaux Pratiques, vous ne devrez jamais donner un résultat de mesure sans l'accompagner de son incertitude, ... sous peine d'être "verbalisés".

2 Présenter un résultat de mesures

2.1 Des exemples

Vous mesurez l'angle d'un prisme. Le résultat doit être donné sous la forme :

$$A = 59^{\circ}58'45'' \pm 15''$$

Vous mesurez la focale d'un système optique :

$$f = 51,0 \text{ mm} \pm 1,5 \text{ mm}$$

Ou encore une résistance :

$$R = 101 \Omega \pm 5 \Omega$$

2.2 Chiffres significatifs

Donnez toujours les résultats avec un nombre raisonnable de chiffres significatifs et en accord avec l'incertitude. Surtout PAS de :

$$R = 101,6598 \Omega \pm 5 \Omega$$

Attention, en particulier, avec les tableaux Excel dans lesquels vous devez choisir le nombre de chiffres affichés, sous peine là encore de donner l'impression d'avoir obtenu des précisions hors échelle !

Si vous mesurez la distance focale d'un système par la méthode simple $y'/\tan(\theta)$ et que vous donnez le tableau suivant :

θ	θ ($^\circ$)	y' (mm)	$f' = y'/\tan(\theta)$ (mm)
2°50'45''	2,845833333	9,8	197,143412

TABLE 1 – Exemple A NE PAS suivre !

Vous prétendez alors mesurer la focale avec une précision nanométrique !

Préférez ce tableau :

θ	θ ($^\circ$)	y' (mm)	$f' = y'/\tan(\theta)$ (mm)
2°50'45''	2,85	9,8	197

TABLE 2 – Exemple à préférer !

Et dans tous les cas, le résultat final de la mesure effectuée donnera l'incertitude, par exemple :

$$f' = 197 \pm 5 \text{ mm}$$

L'incertitude a au plus 2 chiffres significatifs et est toujours arrondie par valeur supérieure. Et pour la valeur mesurée, le dernier chiffre significatif a le même rang que celui de l'incertitude.

3 Évaluation des incertitudes

3.1 Vocabulaire et définitions

Mesurage (ou mesure). On appelle mesurage (ou mesure) l'ensemble des opérations permettant de déterminer expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur.

La valeur vraie. Lorsque l'on fait une mesure, c'est, bien sûr, que l'on ne connaît pas la valeur vraie. La valeur vraie est inconnaisable.

Dans un compte rendu, vous ne pouvez donc pas écrire que vous avez effectué une « bonne » mesure, car le résultat de mesure est « proche de la vraie valeur » ! Il est préférable de donner l'écart à la valeur tabulée (ou trouvée dans le Hand Book, ou donnée dans le polycopié, . . . , et qui elle aussi est, en principe, donnée avec son incertitude) est de tant, ou de tant de % en valeur relative. On peut ensuite comparer cet écart à votre évaluation de l'incertitude sur votre mesure.

Répétabilité : les résultats de mesures successives d'une même grandeur sont obtenus par la même méthode, par le même opérateur, avec les mêmes instruments de mesure, dans le même laboratoire, et à des intervalles de temps assez courts.

Reproductibilité : les résultats de mesures successives d'une même grandeur sont obtenus par méthodes différentes ou au moyen de différents instruments de mesure, par différents opérateurs dans différents laboratoires.

Erreur systématique : Par définition, l'erreur systématique est l'écart moyen à la valeur vraie : $M - \text{ValeurVraie}$. En toute rigueur, M est la moyenne qui résulterait d'un nombre infini de mesurages de la même grandeur, effectués dans les conditions de répétabilité et de reproductibilité. La vraie valeur étant inconnaisable, il en est de même pour l'erreur systématique. En revanche, si elle est détectée, une erreur systématique, doit évidemment être corrigée.

Ces définitions sont illustrées sur le graphique de la figure 1.

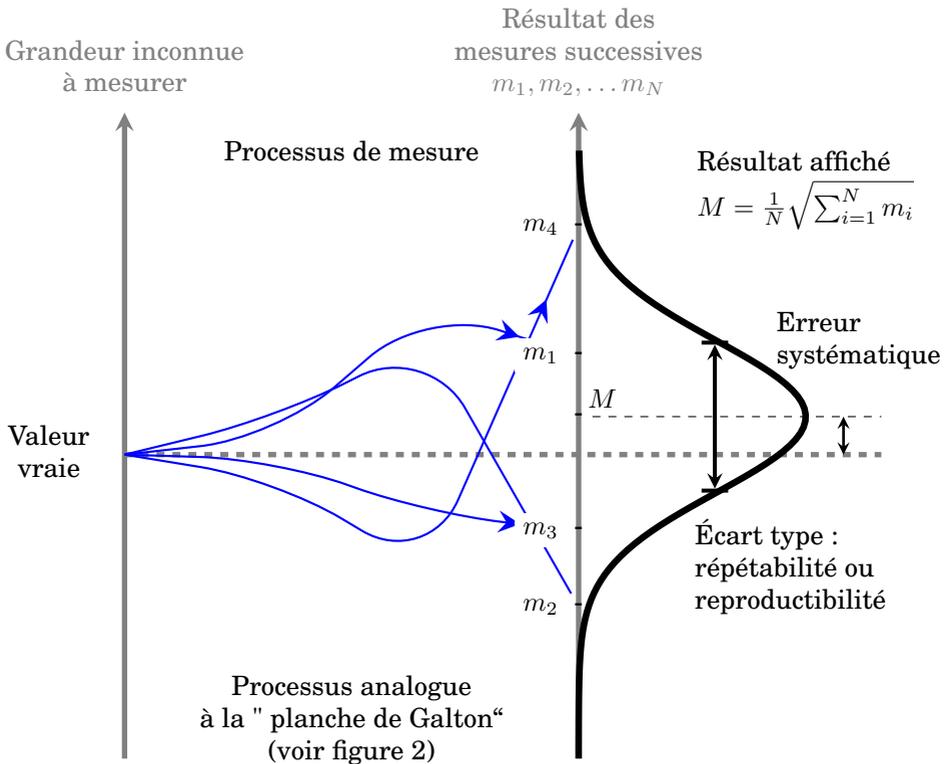


FIGURE 1 – Illustration du processus de mesure.

3.2 Méthode A : à l'aide de mesures multiples

Lorsqu'on répète plusieurs fois la mesure d'une grandeur physique, on obtient généralement différentes valeurs plus ou moins dispersées :

$$m_1, m_2, \dots, m_n$$

Dans la plupart des cas, ces résultats de mesure suivent une distribution normale (ou Gaussienne). Ceci provient du fait que plusieurs sources indépendantes contribuent généralement à cette erreur (Théorème Central Limite , *cf.* cours 1A Maths et signal et illustration de la figure 2).

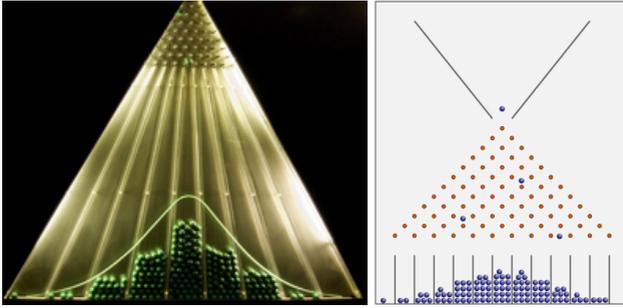


FIGURE 2 – Illustration de l'importance du modèle Gaussien des phénomènes aléatoires par l'expérience de la planche de Galton. La planche est inclinée. Les billes tombent et heurtent au hasard les clous (grand nombre de processus aléatoires) et se répartissent selon. . . une loi Gaussienne.

Crédit Wikipédia

A partir de ces résultats de mesures, on va pouvoir donner, la meilleure estimation du résultat de la mesure par la moyenne arithmétique :

$$M = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N m_n \text{ pour } N \text{ mesures}$$

Et l'écart type expérimental :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (m_n - M)^2}$$

L'écart type expérimental pour une infinité de mesures de distribution gaussienne permet de calculer l'incertitude correspondant un intervalle de confiance. On affichera une incertitude de :

- $\Delta m = 2\sigma$ pour un intervalle de confiance à 95%
- $\Delta m = 3\sigma$ pour un intervalle de confiance à 99,7 %.

Ces "confiances à XX%" sont des probabilités, illustrées par les courbes de la figure 3 :

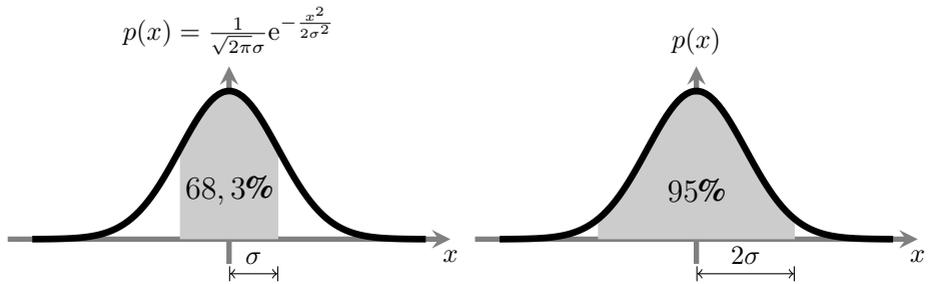


FIGURE 3 – Distribution Gaussienne et intervalles de confiance

Un nombre limité de mesures ne permet que d'estimer cet écart-type expérimental σ mais la loi de Student (tableau ci-dessous) permet le calcul de l'incertitude.

Niveau de confiance	5 mesures	10 mesures	20 mesures	> 100 mesures
50 %	$0,73 \cdot \sigma$	$0,70 \cdot \sigma$	$0,69 \cdot \sigma$	$0,67 \cdot \sigma$
68 %				σ
70 %	$1,16 \cdot \sigma$	$1,09 \cdot \sigma$	$1,06 \cdot \sigma$	$1,04 \cdot \sigma$
87 %				$1,5 \cdot \sigma$
90 %	$2,02 \cdot \sigma$	$1,81 \cdot \sigma$	$1,73 \cdot \sigma$	$1,65 \cdot \sigma$
95 %	$2,57 \cdot \sigma$	$2,23 \cdot \sigma$	$2,09 \cdot \sigma$	$1,96 \cdot \sigma$
99 %	$4,03 \cdot \sigma$	$3,17 \cdot \sigma$	$2,85 \cdot \sigma$	$2,56 \cdot \sigma$
99,7 %				$3 \cdot \sigma$
99,9 %	$6,87 \cdot \sigma$	$4,59 \cdot \sigma$	$3,85 \cdot \sigma$	$3,28 \cdot \sigma$
99,999 999 8 %				$6 \cdot \sigma$

TABLE 3 – Loi de Student : écart type et niveau de confiance

En travaux pratiques, on prendra simplement :

$$\Delta m = 2\sigma \text{ ou } 3\sigma$$

Ce qui, à partir de 10 mesures, correspond à un intervalle de confiance supérieur à 90%.

3.3 Méthode B : analyse "théorique"

Si vous ne faites qu'une seule mesure (ou seulement quelques mesures), l'approche statistique n'a pas de sens. Seule une analyse rigoureuse des sources d'incertitude est possible. C'est ce qui est désigné par une évaluation de type B de l'incertitude.

On doit essayer dans ce cas d'identifier toutes les sources d'incertitude dans le processus de mesure et d'évaluer leur importance. C'est en général la partie de loin la plus délicate du problème.

Exemple des pointés longitudinaux

Par exemple lorsqu'on effectue le pointé longitudinal du foyer image d'un système optique sur un banc à l'aide d'un viseur à frontale fixe, on identifie au moins trois sources d'incertitude : L'incertitude des pointés longitudinaux est due en principe à 3 facteurs :

- la diffraction,
- la profondeur d'accommodation,
- et l'incertitude de lecture.

La diffraction Le diamètre de la tache de diffraction est $\Phi = \frac{1.22\lambda}{n \sin(\alpha')}$, où λ désigne la longueur d'onde, ce qui entraîne une incertitude sur le pointé de :

$$\Delta z_{\text{diff}} \approx \frac{\Phi}{2 \tan(\alpha')} \approx \frac{\lambda}{2 (\alpha')^2}$$

(voir schéma de la figure 4).

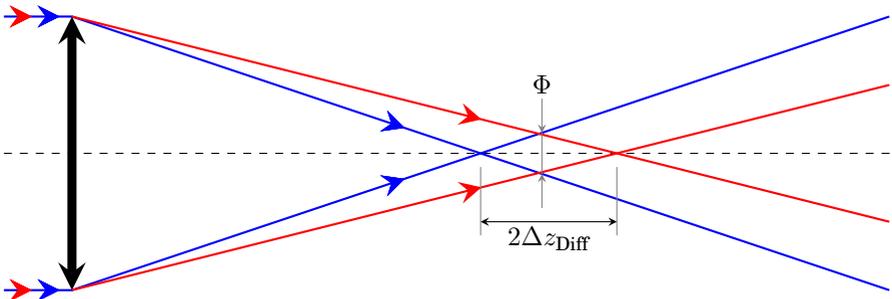


FIGURE 4 – Évaluation de l'incertitude de pointé due à la diffraction

Profondeur d'accommodation Cette incertitude correspond à l'erreur faite si l'œil accomode à la distance minimale (c'est à dire 250 mm pour

un·e jeune étudiant·e) par rapport au fonctionnement normal de l'oculaire c'est à dire sans accommodation, image à l'infini.

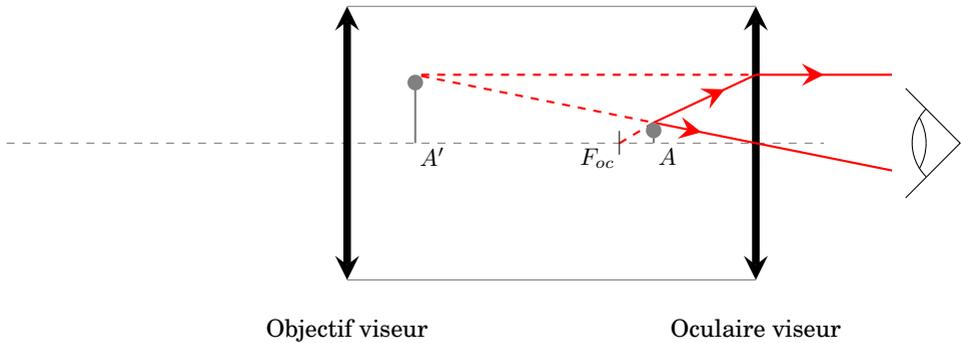


FIGURE 5 – Évaluation de l'incertitude de pointé due à l'accommodation. Au lieu de viser l'infini, l'œil vise A' . L'image de la mire est placée en A au lieu d'être placée au foyer objet de l'oculaire.

Le viseur est donc mal placé, le décalage est $\Delta z_{\text{acc}} = \frac{AF_{oc}}{(g_y)^2}$ car le grandissement longitudinal de l'objectif du viseur est $(g_y)^2$. Or par la formule de Newton :

$$\overline{F'_{oc}A'} \cdot \overline{F_{oc}A} = -f_{oc}^2$$

Or $F'_{oc}A' = 250$ mm (si l'œil est placé au niveau du plan focal image), on peut donc écrire :

$$\Delta z_{\text{acc}} = \frac{f_{oc}^2}{(g_y)^2 \cdot 250}$$

(Et la focale de l'oculaire est $f_{oc} = 25$ mm si le grossissement commercial est de 10.)

L'incertitude de lecture :

$$\Delta z_{\text{lect}} = 0.02 \text{ mm}$$

sur les règles numériques en TP.

La variance d'une somme d'incertitudes se calcule aisément quand celles-ci sont décorrélées (fig.5). Dans la pratique, heureusement, les sources d'incertitudes sont le plus souvent indépendantes, donc décorrélées. Après avoir identifié les sources d'incertitude et leur valeur, il faut vérifier si ces sources sont corrélées ou non corrélées. Dans l'exemple précédent (comme

dans la plupart des cas), elles sont indépendantes, on obtient alors l'incertitude globale en effectuant la somme quadratique des termes évalués (cf. Cours Maths et Signal 1A).

$$\Delta z_{\text{pointé longitudinal}} = \sqrt{\Delta z_{\text{diff}}^2 + \Delta z_{\text{acc}}^2 + \Delta z_{\text{lect}}^2}$$

Il est très important de noter que si une source d'incertitude est plus faible que les autres (par exemple 3 fois plus faible), son influence sera négligeable (9 fois plus faible que les autres sources dans ce cas) sur l'incertitude globale.

Dans l'exemple précédent des pointés longitudinaux, dans le cas où :

$$\Delta z_{\text{diff}} = 0.03 \text{ mm}$$

$$\Delta z_{\text{acc}} = 0.06 \text{ mm}$$

$$\Delta z_{\text{lect}} = 0.02 \text{ mm}$$

L'incertitude totale est alors : $\sqrt{\Delta z_{\text{diff}}^2 + \Delta z_{\text{acc}}^2 + \Delta z_{\text{lect}}^2}$

$$\Delta z_{\text{pointé longitudinal}} = 0.07 \text{ mm}$$

L'incertitude de lecture est négligeable et il est inutile de la prendre en compte.

Il est donc toujours très important d'essayer d'identifier les sources d'incertitudes les plus grandes. On néglige ensuite le plus souvent les sources dont l'influence est négligeable.

Sur les incertitudes de lecture

Appareil à affichage numérique : L'incertitude d'une mesure réalisée à l'aide d'un appareil à affichage numérique N'EST PAS donnée par le dernier chiffre affiché. Il est nécessaire de connaître les caractéristiques de l'appareil de mesure pour pouvoir l'évaluer. La documentation de l'appareil stipule généralement deux grandeurs sous la rubrique « précision ». La première valeur est une incertitude en pourcentage de la valeur lue, la deuxième est un nombre de digits qui correspond à l'incertitude sur le dernier chiffre affiché (attention : cette dernière correspond donc à une incertitude en pourcentage de la pleine échelle!).

Exemple : quelle est l'incertitude sur la valeur de 400.00 mA affichée par un ampère-mètre ? La documentation de l'ampère-mètre indique une précision de :

$$\pm 0,05\% \pm 4d$$

Alors le résultat de la mesure du courant est : $400.00 \pm 0.24 \text{ mA}$, que l'on peut réécrire avec une légère surestimation de l'incertitude : $400.0 \pm 0.3 \text{ mA}$.

Mais, si la valeur affichée est 001.12 mA , le résultat de la mesure du courant sera : $001.12 \pm 0.04 \text{ mA}$ soit une incertitude relative très médiocre de 3,6 % (il faut bien évidemment changer de le calibre si c'est possible !).

Lecture de graduations Sur un vernier ou un réticule, comme sur la figure 6, l'incertitude est donnée par l'écart entre 2 graduations, ΔGrad .

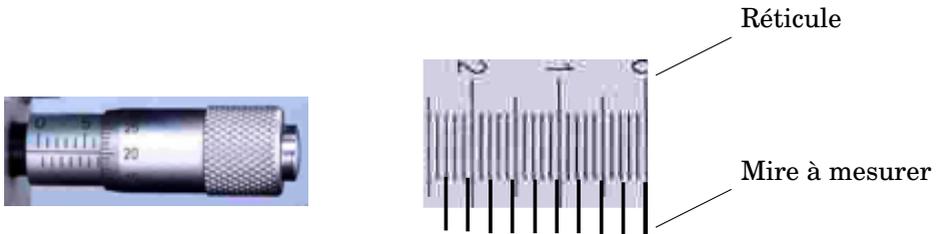


FIGURE 6 – Vernier de vis micrométrique et réticule d'oculaire

Le vernier des vis micrométriques est gradué au $2/100$ de mm. Il est prudent de faire confiance au constructeur et prendre une incertitude de lecture de $\pm 0,02 \text{ mm}$.

Autre exemple, un réticule d'oculaire vous permet de mesurer la dimension de l'image d'une mire graduée. L'espacement entre deux graduations est de 0.1 mm . On lit :

$$y' \text{ (9 graduations de la mire)} = 2,3 \text{ mm} \pm 0.1 \text{ mm}$$

soit une précision relative de 4,3%. Utiliser un maximum de graduations du réticule permet de diminuer cette incertitude de lecture. Si on utilise les 100 graduations disponibles du réticule de 10 mm , l'incertitude de lecture relative sera à sa valeur minimale de l'ordre de 1%.

4 Propagation des incertitudes

Cette partie est parfois curieusement dénommée calcul d'incertitude. C'est de loin la partie la plus simple de toute cette annexe. Par exemple, vous cherchez à évaluer l'incertitude sur une grandeur y qui dépend d'une autre grandeur x , ($y = f(x)$) et vous avez évalué l'incertitude sur x . L'outil mathématique différentiel (ou dérivée) vous donne immédiatement le résultat. Ce que vous cherchez est l'influence d'une faible variation de x sur la grandeur y (voir figure 7). Et si vous avez peur de vous tromper dans le

calcul formel de la dérivée, un calcul numérique à l'aide d'un tableau Excel (ou n'importe quel autre outil de calcul numérique, calculette, Matlab, ...) vous permet tellement simplement de vous passer du calcul formel de cette dérivée. L'incertitude sur y est :

$$\Delta y = \left| \frac{df}{dx}(x_{\text{mesuré}}) \right| \cdot \Delta x$$

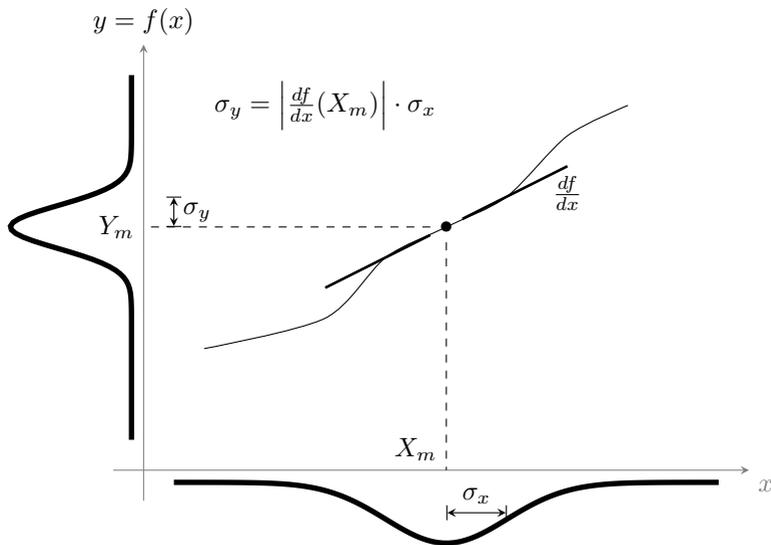


FIGURE 7 – Influence de l'écart-type d'une variable x sur la variable $y = f(x)$.

Si y dépend de plusieurs autres grandeurs selon :

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots)$$

et que vous connaissez l'incertitude de chacune de ces grandeurs, c'est l'outil différentiel qui permet d'obtenir l'incertitude résultante sur la grandeur y . Les étapes du raisonnement :

Le calcul de la différentielle totale exacte permet tout d'abord de quantifier l'influence d'une faible variation de chacun des paramètres x_1, x_2, x_3, \dots sur la valeur de la grandeur y :

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_{1m})dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_{2m})dx_2 + \frac{\partial f}{\partial x_3}(x_{3m})dx_3 + \dots \quad (1)$$

Dans le cas d'une fonction f s'exprime sous forme de produits et de quotients, il est plus utile de déterminer la dérivée logarithmique. Par exemple dans le cas $y = \frac{x_1^2 x_2}{x_3}$ on obtient directement :

$$\frac{dy}{y} = 2 \frac{dx_1}{x_1} + \frac{dx_2}{x_2} - \frac{dx_3}{x_3}$$

La prise en compte de la somme des effets des incertitudes de chacune des variables est réalisé facilement si les grandeurs x_1, x_2, x_3, \dots sont toutes décorréelées les unes des autres. Dans ce cas, c'est une somme quadratique qui permet d'obtenir l'incertitude résultante :

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x_{1m})}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x_{2m})}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x_{3m})}{\partial x_3} \Delta x_3\right)^2 + \dots} \quad (2)$$

Dans le cas d'une fonction f sous forme de produits ou de quotients, on exprime des incertitudes relatives plutôt qu'absolues directement à partir de la dérivée logarithmique, pour l'exemple précédent :

$$\frac{\Delta y}{y} = \sqrt{4 \left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_3}{x_3}\right)^2}$$

Pourquoi une somme quadratique ? L'équation (1) décrit une variation dy comme une somme pondérée des variations dx_1, dx_2, \dots . Chacune de ces variations est modélisée par une variable aléatoire. La variable aléatoire dy s'écrit donc comme la somme de plusieurs variables aléatoires. **L'incertitude est proportionnelle à l'écart-type de cette variable aléatoire**, c'est à dire à l'"amplitude moyennée" des variations. Dans le cas de variables aléatoires dx_1, dx_2, \dots décorréelées, on sait que "la variance de la somme est égale à la somme des variances", d'où la somme quadratique des écart-types et donc des incertitudes de l'équation (2). La figure 8 donne l'allure de la densité de probabilité d'une somme de variables aléatoires gaussiennes décorréelées.

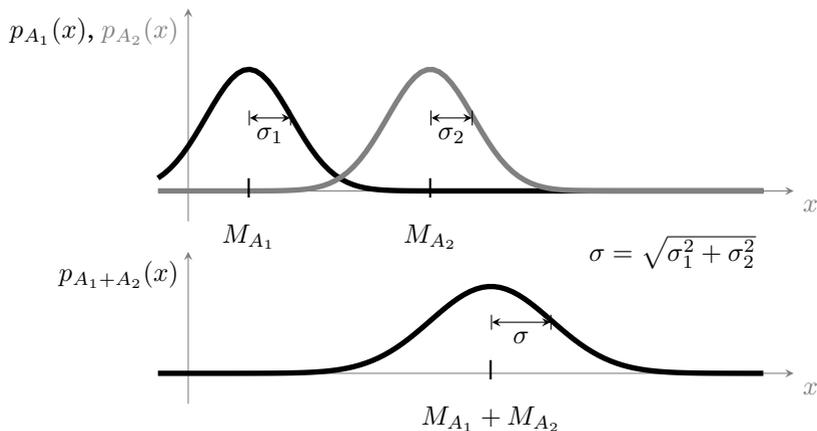


FIGURE 8 – Somme de deux variables aléatoires décorrélées A_1 et A_2 . Écart-type résultant

Si la dérivée est laborieuse à calculer, un calcul numérique avec Excel ou tout autre outil peut être utilisé. Par exemple, la mesure de l'indice n par le minimum de déviation d'un prisme est obtenue par la formule :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

D_m est l'angle minimum de déviation et A ... L'incertitude sur l'indice n dépend des incertitudes sur A et D_m (ΔA et ΔD_m). Avec un outil informatique de calcul, il est facile de calculer les deux grandeurs suivantes :

$$n + \Delta n_{D_m} = \frac{\sin\left(\frac{A+D_m+\Delta D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} \quad \text{et} \quad n + \Delta n_A = \frac{\sin\left(\frac{A+\Delta A+D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A+\Delta A}{2}\right)}$$

L'incertitude sur l'indice n sera donnée par la somme quadratique des 2 termes, en supposant les incertitudes sur A et D_m non corrélées (elles le sont si elles sont statistiquement indépendantes) :

$$\Delta n = \sqrt{\Delta n_{D_m}^2 + \Delta n_A^2}$$

Mesures optiques visuelles.

Pointés longitudinaux et transversaux.
Focales et frontales de systèmes optiques.
Rayons de courbure.

Le TP se déroule sur deux séances. Le compte rendu global est à rendre à la fin de la deuxième séance.

Les questions P1 et P2 doivent être préparées avant la séance.

Sommaire

Introduction	16
Conseils pratiques	16
Rappels d'optique paraxiale	16
1 Mesures rapides de focale	17
1.1 Dispositif de mesure	17
1.2 Première étude : Doublet	18
1.3 Application à un objectif vidéo et à une lentille divergente	21
2 Mesure de focale par la méthode de Cornu	21
2.1 Principe de la méthode de Cornu	21
2.2 Alignement du banc	23
2.3 Analyse de la précision des pointés longitudinaux.	25
2.4 Mesures et incertitudes	27
3 Mesures de rayons de courbure	27
3.1 Principe de la mesure par autocollimation	27
3.2 Précision de pointé	28
3.3 Miroir concave. Mesures et incertitudes	28
3.4 Lentilles plan-convexe	28

Introduction

Ces deux séances de Travaux Pratiques sont une première occasion de mettre en œuvre des principes de l'optique instrumentale et de mesures optiques étudiés en cours en première année, d'apprendre à faire des mesures précises et rigoureuses et d'évaluer soigneusement la précision de ces mesures. Ces mesures permettront de déterminer la distance focale et les frontales avant et arrière de systèmes optiques, ainsi que des rayons de courbure de miroirs ou de dioptries. Le TP se déroule sur deux séances. Au cours des deux séances vous allez mesurer :

- la focale et la position des éléments cardinaux d'un objectif vidéo,
- la focale d'un doublet convergent et d'une lentille divergente,
- le rayon de courbure d'un miroir non aluminé,
- les rayons de courbures des deux dioptries d'un condenseur.

A l'issue de ces deux séances vous serez capables de :

- concevoir le protocole de mesure des grandeurs géométriques d'un système optique,
- choisir les instruments et mettre en œuvre de telles mesures,
- évaluer les incertitudes.

Conseils pratiques

Mesures Utiliser correctement les réticules afin d'obtenir les mesures les plus précises possibles, c'est à dire le plus grand nombre de graduations. Toujours noter les conditions de mesures (objectif de viseur utilisé, nombre de graduations, . . .) On donnera systématiquement toutes les **mesures brutes** (nombre de graduations, . . .), puis l'analyse de ces mesures, de façon à permettre de revenir rapidement sur des incohérences et identifier s'il s'agit d'erreurs de calcul ou de mesure.

Incertitudes Il vous est demandé d'évaluer les incertitudes de mesures avec soin, l'annexe *Les incertitudes de mesure en Travaux Pratiques* donne des éléments pour vous y aider.

Rappels d'optique paraxiale

Dans le cadre de l'approximation paraxiale, tout système optique (à l'exception des systèmes afocaux) peut être modélisé par ses plans principaux (objet et image) et ses foyers (objet et image). La distance focale image est $f' = \overline{H'F'}$. Si les milieux de part et d'autre du système ont le même indice, la distance focale objet \overline{HF} est $f = -f'$ ($\frac{f}{n} = -\frac{f'}{n}$ sinon).

La focale f' détermine la dimension de l'image d'un objet situé à l'infini, c'est à dire $y' = -f \tan(\theta) = f' \tan(\theta')$, où θ est la dimension angulaire d'un

objet situé à l'infini et y' la dimension de son image par le système optique étudié comme représenté sur la figure 9.

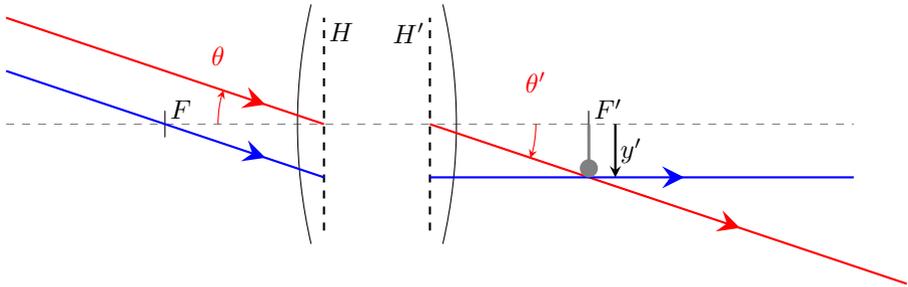


FIGURE 9 – Schéma de la configuration ∞ - Foyer d'un système optique. La taille y' de l'image d'un objet de dimension angulaire θ est $y' = f' \tan(\theta')$

P1 Dans quel cas a-t-on $\theta = \theta'$?

1 Mesures rapides de focale par la mesure de la taille de l'image (pointés transversaux).

Les méthodes de mesures de la focale que nous allons étudier sont très importantes pour un ingénieur-opticien. Il apparaît souvent que la focale réelle d'un système optique acheté dans le commerce diffère de 2 à 5% de la valeur donnée en catalogue ou gravée sur la monture mécanique. Cette différence peut compromettre le bon fonctionnement d'un instrument conçu sans avoir vérifié les valeurs données en catalogue.

La méthode la plus directe pour mesurer une distance focale est donc de mesurer la dimension de l'image d'un objet situé à l'infini et dont on connaît la dimension angulaire. Cette approche est parfois appelée : "méthode $y'/\tan(\theta)$ ".

1.1 Dispositif de mesure

En pratique, une mire graduée, M_c , placée au foyer du collimateur joue le rôle d'objet à l'infini dont la dimension angulaire est connue. La mesure de la dimension angulaire de la mire M_c a été effectuée soigneusement à l'aide d'un goniomètre. Elle est inscrite sur le collimateur en degrés, minutes ($1/60^\circ$) et secondes d'arc ($1/3600^\circ$).

La mesure de la dimension transversale, y' , de l'image de la mire graduée M_c , par le système optique à étudier permet donc d'obtenir simple-

ment la focale d'un système optique. Cette mesure sera réalisée avec précision à l'aide d'un viseur à frontale fixe (c'est-à-dire un microscope).

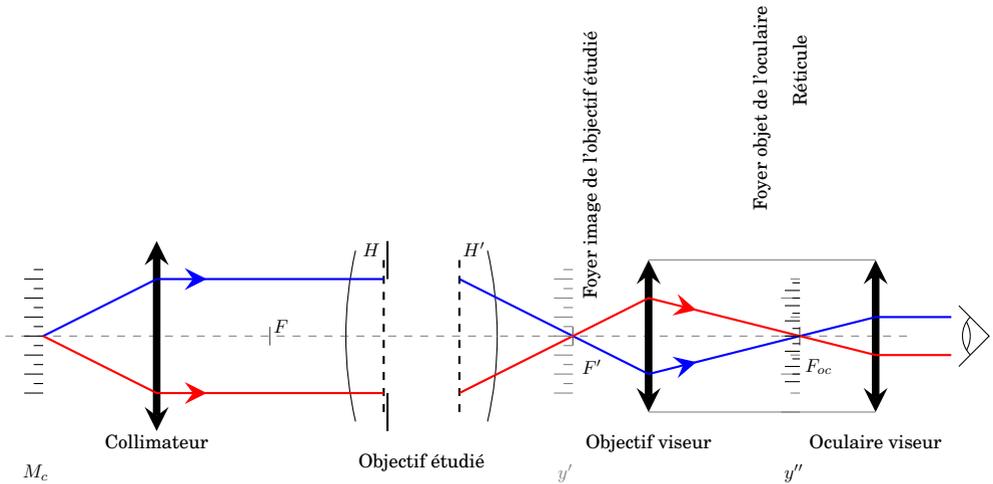


FIGURE 10 – Schéma complet du montage

Deux protocoles sont possibles pour mesurer cette dimension y' :

1. la mesure de la dimension y'' , image de y' par l'objectif de viseur sur le réticule de l'oculaire,
2. la mesure directe de la dimension y' par déplacement transversal du viseur.

P2 Faire un schéma clair du montage sur le document fourni en annexe (et disponible sur LibresSavoirs). Tracer le cheminement d'un faisceau de rayons (au moins 2 rayons donc !) pour un point objet de la mire graduée du collimateur hors d'axe.

1.2 Première étude : Doublet

Alignement du banc et réglage du viseur

La hauteur de l'axe optique est ici fixée par la hauteur du mandrin auto centreur (puisque celui-ci n'est pas réglable). De même, la même position latérale de l'axe est imposée par le collimateur si celui-ci n'est pas réglable.

↪ Placer tous les éléments nécessaires sur le banc en vérifiant attentivement que tous les éléments sont bien centrés, à la hauteur du mandrin et bien alignés.

↪ Prendre soin de placer le doublet convergent dans le bon sens d'utilisation.

↪ Régler l'oculaire à votre vue. Pour cela, dévisser le verre d'œil puis le revisser progressivement jusqu'à voir le réticule net, tout en gardant le deuxième œil ouvert afin d'éviter d'accommoder.

↪ Monter l'objectif de grandissement $\times 2.5$ sur le viseur.

Protocole 1. Mesure de y''

On souhaite donc mesurer l'image agrandie de la mire, y'' , par l'objectif du viseur à l'aide du réticule de l'oculaire (pointé transversal). Le réticule des oculaires de longueur 10 mm est gradué en 1/10^{ème} de millimètre (100 graduations). Dans ce cas, il est nécessaire de déterminer avec précision le grandissement de l'objectif du viseur à l'aide d'une mire objet, graduée elle aussi au 1/10^{ème} de millimètre.¹

Étalonnage de l'objectif du viseur

↪ Placer la mire objet, éclairée par la lampe de bureau et observer avec le viseur l'image de cette mire.

↪ Mesurer à l'aide du réticule de l'oculaire la taille de cette image. Pour cela il peut être nécessaire de déplacer le viseur transversalement afin d'aligner une graduation de l'image de la mire étalon avec une graduation du réticule de l'oculaire. Prendre le plus grand nombre de graduations pour diminuer les incertitudes de mesures.

Q1 Déduire de cette mesure le grandissement du viseur.

Q2 Quelle est l'incertitude de cette mesure si on suppose que la principale source d'incertitude est l'erreur de lecture d'une graduation sur le réticule de l'oculaire ?

1. On ne peut se fier aux valeurs de grandissement données par le constructeur car les longueurs de tubes utilisés pour nos viseurs ne correspondent pas assez précisément aux valeurs standards des tubes de microscopes commerciaux (cf. cours et TP sur le microscope)

Mesure de focale et incertitudes

↪ Mesurer la focale du doublet (Clairaut). Répéter plusieurs fois la mesure (une dizaine de mesures). Indiquer l'incertitude de mesure expérimentale. Se référer à l'annexe sur "les incertitudes de mesures en TP".

Q3 Quelle est l'incertitude attendue ? Est-elle cohérente avec celle mesurée par répétabilité ?

Protocole 2 : utilisation de la vis de déplacement transversal

Une autre méthode consiste à mesurer y' directement, par déplacement transversal du viseur (pointé transversal). Une graduation du réticule de l'oculaire sert de repère pour cette mesure. Le déplacement est lu à l'aide du vernier de la vis micrométrique fixé sur le support viseur. Ce vernier est gradué en 2/100 de millimètre (25 graduations pour 1 tour = 0.5 mm).

↪ Mesurer la focale du doublet (Clairaut) par cette deuxième méthode.

Q4 Évaluer les incertitudes sur cette mesure. Comparer les résultats obtenus par les deux méthodes.

Mesure de frontale

↪ Mesurer la frontale arrière du Clairaut ($S'F'$: distance dioptrique de sortie du système- foyer image). Pour cela :

- déposer délicatement quelques poussières de talc sur le sommet de la lentille à l'aide de la pointe d'un crayon,
- placer le viseur dans la position où il image le foyer image du doublet, mettre à zéro le vernier numérique longitudinal,
- déplacer le viseur jusqu'à ce que l'image du talc soit nette,
- la valeur de la frontale se lit ainsi directement sur le vernier.

Q5 Comparer à sa focale.

Focale et frontale avant

↪ Utiliser l'objectif à étudier dans l'autre sens et mesurer à nouveau la focale (par les 2 méthodes) et la frontale du système optique.

Q6 Commenter et faire un schéma du système.

↪ Remplacer l'objectif du viseur par l'objectif de grandissement $\times 6.3$.

↪ Mesurer à nouveau la focale du doublet par le premier protocole.

Q7 Commenter. Comment choisir l'objectif du viseur ?

1.3 Application à un objectif vidéo et à une lentille divergente

↪ Placer maintenant l'objectif vidéo, dans le sens habituel d'utilisation, dans le mandrin autocentreur.

Q8 Expliquer votre choix pour l'objectif du viseur.

↪ Effectuer une mesure précise de la focale de l'objectif vidéo par les deux protocoles.

↪ Mesurer sa frontale arrière.

Q9 Comparer à la focale. Où se trouve le plan principal image ?

↪ Utiliser l'objectif dans l'autre sens et mesurer à nouveau la focale (1er protocole) et la frontale du système optique.

Q10 Tracer avec soin, à l'échelle, le schéma paraxial de l'objectif étudié (plans principaux, foyers et faces d'entrée et de sortie de l'objectif).

↪ Mesurer enfin par la méthode de votre choix la focale d'une lentille divergente.

Q11 Expliquer le choix de l'objectif du viseur, et donner l'incertitude de votre mesure.

2 Mesures de focale de systèmes optique par la méthode de Cornu (pointés longitudinaux)

2.1 Principe de la méthode de Cornu

Cette méthode permet de déterminer la focale du système par application de la formule de Newton, en prenant pour objets les sommets des

dioptries d'entrée et de sortie du système. De plus, elle permet de mesurer les frontales avant et arrière et de placer les plans principaux et les foyers du système (modélisés en optique paraxiale).

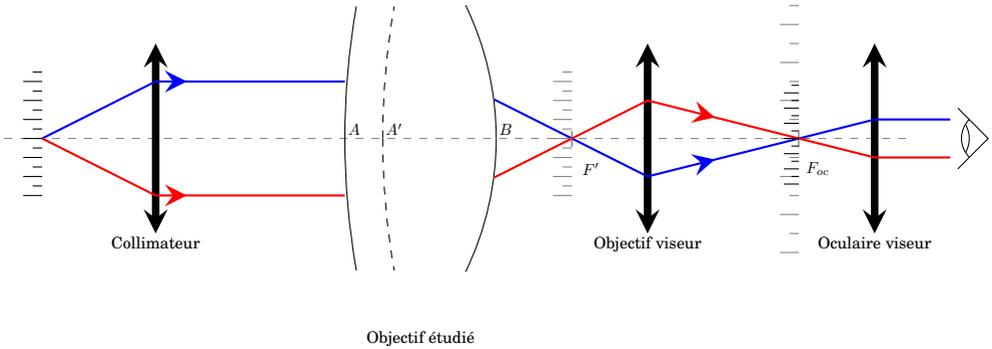


FIGURE 11 – Méthode de Cornu. Deux premières mesures : $F'B$ et $F'A'$

Le viseur est déplacé longitudinalement le long du banc de manière à pointer (netteté simultanée et sans parallaxe du réticule et de l'image observée) :

- les graduations de l'image de la mire graduée du collimateur située dans le plan focal image F' du système,
- le sommet du dioptre de sortie B ,
- l'image A' du sommet du dioptre d'entrée A à travers le système étudié,

On retourne le système optique et on effectue des pointés analogues qui fournissent les lectures F, A, B' :

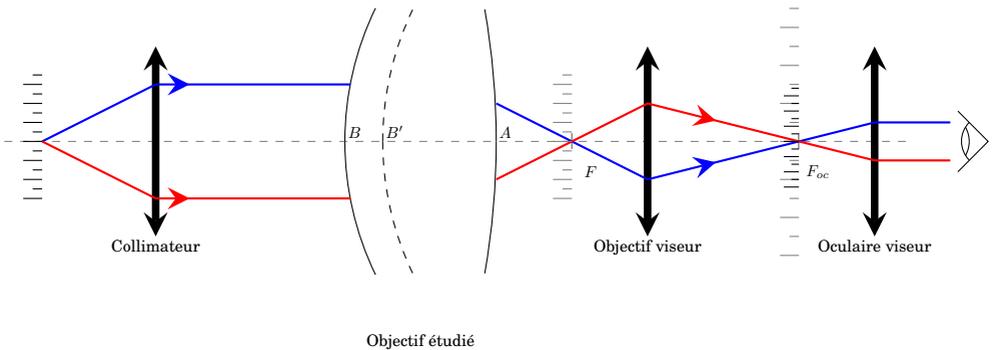


FIGURE 12 – Méthode de Cornu. Mesures 3 et 4 : FA et FB'

On en déduit la focale du système par les formules de Newton :

$$f \cdot f' = \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{F'B} \cdot \overline{F'B'}$$

Les deux valeurs ainsi obtenues permettent un contrôle des valeurs mesurées. Connaissant la focale et la position des foyers par rapport aux surfaces terminales du système, il suffit de mesurer l'épaisseur de ce dernier au palmer pour pouvoir placer tous les éléments paraxiaux (H, H', F, F').

2.2 Alignement du banc

La mesure de la focale par la méthode de Cornu utilise différents points longitudinaux le long du banc. Pour obtenir des mesures précises, le collimateur, le système optique étudié et le viseur doivent avoir leur axe optique parallèle à l'axe de coulissage du banc de mesure. Régler précisément un banc d'optique, c'est amener les axes optiques des divers systèmes à être confondus entre eux (ce qui définit l'axe optique du montage) et parallèles à l'axe de coulissage du banc. Vous allez réaliser ce réglage par un alignement laser. Le faisceau d'une petite diode laser rouge va permettre de matérialiser l'axe de coulissage du banc et d'effectuer les positionnements des éléments par autocollimation.

Les étapes de ce réglage rapide sont décrites dans les paragraphes suivants.

Alignement du laser sur l'axe du banc

On dispose d'une diode laser suivi d'un dispositif à deux miroirs plans très astucieux, dit "tabouret optique". Ce dispositif utilise la propriété selon laquelle 2 miroirs sont nécessaires et suffisants pour aligner un faisceau laser sur une droite quelconque. Ce système permet un réglage indépendant de la translation et de la rotation du faisceau dans les deux directions, horizontale et verticale, comme indiqué sur les figures 13 et 14. Les translations du faisceau sont utilisées pour les réglages du trou à faible distance, les rotations pour les réglages à grande distance.

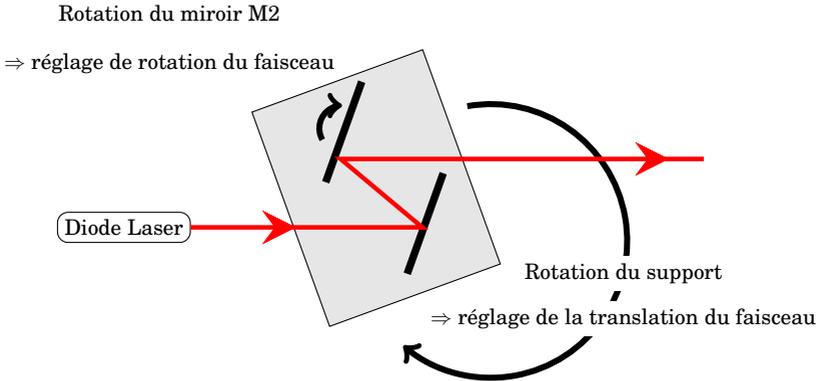


FIGURE 13 – Schéma de principe du "tabouret optique"

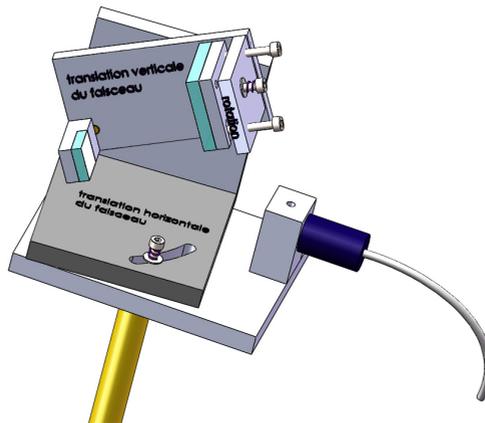


FIGURE 14 – Tabouret optique

↪ Aligner le faisceau laser avec l'axe du banc. Pour cela :

- Fixer un trou dans le mandrin auto-centreur (vérifiez que le mandrin est centré sur le banc pour que le trou le soit aussi!) et le déplacer au bout du banc,
- Régler la rotation du faisceau à l'aide du "tabouret optique" afin que le faisceau laser traverse ce trou,
- Repérer la position de ce trou à l'aide d'un écran percé d'un trou,
- Déplacer ce carton perforé à l'autre extrémité du banc (très proche du "tabouret optique"),

- Translater le faisceau laser à l'aide du "tabouret optique" afin que le faisceau laser traverse ce trou,
- Enfin, corriger la rotation du faisceau afin qu'il traverse les deux trous, aux deux extrémités du banc.

Le faisceau laser est alors parfaitement parallèle à l'axe de coulissage du banc et matérialise l'axe optique du montage. Le trou métallique peut être ôté du mandrin.

Réglage des autres éléments

L'écran percé d'un trou permet de visualiser les taches qui résultent des réflexions sur les différents dioptries.

↪ Centrer rapidement le collimateur sur l'axe optique, pour cela s'assurer que l'on a une seule tache. Puis le basculer pour que le dioptrie soit perpendiculaire à l'axe optique (obtention d'une tache centrée).

↪ Orienter très précisément l'objectif à étudier dans le mandrin autocentreur. Attention à ne pas toucher au déplacement transversal du mandrin qui a servi à définir l'axe optique !

↪ Régler rapidement l'orientation du tube du viseur.

2.3 Analyse de la précision des pointés longitudinaux.

La précision des mesures dans cette méthode dépend de la précision des pointés longitudinaux.

- L'axe de l'objectif doit être placé le plus précisément parallèle à l'axe de coulissage (alignement laser).
- La qualité du pointé longitudinal est améliorée en utilisant le phénomène de la parallaxe entre le réticule de l'oculaire et l'image observée.
- Et enfin, la précision des pointés longitudinaux augmente avec l'ouverture effective du montage.

Ce dernier point est dépendant de l'objectif du viseur.

Choix de l'objectif du viseur

L'ouverture numérique objet du viseur utilisé, $ON_v = n \cdot \sin(\alpha_v)$, doit donc être choisie supérieure à l'ouverture numérique image du système optique étudié. Autrement dit, la pupille du montage doit être, si cela est possible, la pupille du système étudié.

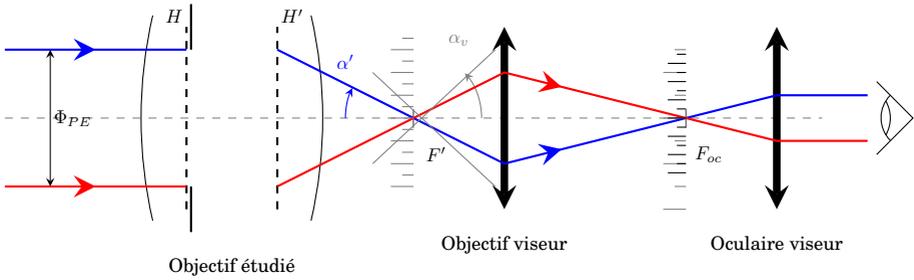


FIGURE 15 – L'ouverture numérique $\sin(\alpha_v)$ de l'objectif du viseur doit être supérieure à celle du système à mesurer.

Pour les objectifs de microscope, l'ouverture numérique objet, $ON = n \cdot \sin(\alpha)$, est gravée sur la monture.

Pour les autres objectifs, photo, vidéo, de projection ou d'agrandisseur, c'est à dire pour tous les systèmes qui sont habituellement utilisés en conjugaison infini-foyer, c'est le nombre d'ouverture, défini par $N = \frac{f'}{\Phi_{PE}}$, du système optique qui est indiqué sur la monture. En vertu de la relation d'Abbe (ou Relation Fondamentale des Systèmes Optiques d'Imagerie) :

$$\sin(\alpha') = \frac{\Phi_{PE}}{2f'} = \frac{1}{2N}$$

Q12 Quel objectif de viseur choisissez-vous pour la mesure de la focale du doublet? Le critère sur l'ouverture numérique est-il le seul à prendre en compte ici?

Analyse en répétabilité

Avec l'objectif de viseur choisi, chaque manipulateur fera un test de précision de pointé sur le foyer F' . Ce test est destiné à comparer la précision estimée et la précision réelle de pointé (qui est propre à chaque expérimentateur).

↪ Effectuer 10 pointés successifs chacun du plan focale image, F' , en défocalisant largement entre chaque pointé. Présenter les résultats avec l'écart type.

↪ Effectuer la même expérience avec un objectif de viseur beaucoup plus fermé et comparer les précisions de pointé.

Analyse théorique

L'incertitude des pointés longitudinaux est due en principe à 3 facteurs :

- la diffraction,
- la profondeur d'accommodation,
- et l'incertitude de lecture.

Q13 Calculer la valeur de ces incertitudes et comparer à votre analyse en répétabilité.

2.4 Mesures et incertitudes

↪ Mesurer avec la meilleure précision possible les grandeurs \overline{FA} , $\overline{F'A'}$, $\overline{F'B}$, $\overline{F'B'}$. Effectuer 10 mesures successives, en défocalisant largement entre chaque pointé.

Q14 En déduire la focale et les frontales du système optique.

Q15 Déterminer la précision de mesure de ces valeurs.

Q16 Comparer bien sûr ces résultats avec ceux obtenus dans la partie 1.

3 Mesures de rayons de courbure

3.1 Principe de la mesure par autocollimation

Cette méthode s'applique à la mesure des rayons de courbure de surfaces optiquement polies. Il existe pour un miroir sphérique, deux positions pour lesquelles l'image obtenue par réflexion et l'objet sont confondus : lorsque l'objet est au centre de courbure et lorsque l'objet coïncide avec la surface. La distance entre ces deux positions est égale au rayon de courbure. Pour pointer le sommet et le centre du miroir, on utilise un microscope autocollimateur (ou viseur autocollimateur). Le schéma de ce viseur à réticule éclairé est donné sur la figure 17, page 30.

Méthode de réglage :

- On règle rapidement le miroir à étudier sur l'axe du banc en utilisant le faisceau de la diode laser d'alignement,
- puis pointer un sommet, ce qui est facile puisque l'on connaît approximativement le plan de visée du viseur autocollimateur (on connaît la distance frontale de l'objectif),

- retirer l'oculaire et translater le viseur en direction du centre en observant attentivement la tache lumineuse que forme, dans la pupille de l'objectif, le faisceau réfléchi.
- En général, plus on s'éloigne du sommet plus la tache s'éloigne du centre de la pupille. On agit alors sur l'orientation du miroir pour maintenir cette tache au centre de la pupille.
- Quand on se trouve au voisinage du centre de courbure, la pupille doit à nouveau être complètement éclairée. On replace l'oculaire et en oscillant autour de cette position, on doit trouver le centre de courbure. On lit l'abscisse du centre.
- Translater le viseur pour viser le sommet correspondant à la direction de l'axe. On lit l'abscisse du sommet.

Remarque Pour vérifier que l'on a bien pointé le sommet et le centre de courbure de la "bonne" face, on peut par exemple souffler de la buée sur l'autre face ; l'image ne doit pas disparaître.

3.2 Précision de pointé

Il s'agit là encore de pointés longitudinaux. La précision des pointés longitudinaux augmente avec l'ouverture effective du montage. L'ouverture numérique objet du viseur utilisé doit donc être choisie supérieure à l'ouverture numérique du miroir étudié. Autrement dit, dans la mesure du possible, la pupille du montage doit être le miroir.

Q17 Expliquer comment choisir l'objectif de microscope du viseur auto-collimateur pour obtenir la meilleure précision de pointé longitudinal.

3.3 Miroir concave. Mesures et incertitudes

↔ Mesurer le rayon de courbure du miroir concave placé dans une monture beige et évaluer la précision de cette mesure. Faire une étude de répétabilité.

Q18 Comparer à l'erreur de pointé estimée.

3.4 Lentilles plan-convexe

Vous disposez de deux lentilles plan-convexe.

On note B le sommet de la face convexe, A le sommet de la face plane selon le schéma de la figure 16.

Q19 Pourquoi dans ce cas particulier, la distance BF' c'est à dire la frontale arrière est-elle égale à la focale ?

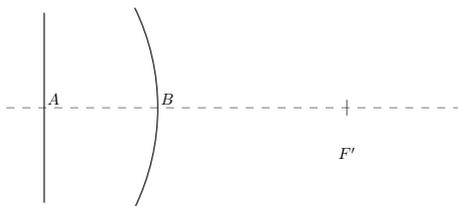


FIGURE 16 – Lentille plan-convexe

↪ Mesurer la focale de chacune des deux lentilles ainsi que les rayons de courbure de leur face convexe. Pour ces mesures, on placera les lentilles côté face convexe vers le viseur.

Q20 Justifier le choix des objectifs de microscope pour ces différentes mesures.

Q21 Dédurre de vos résultats de mesure la valeur de l'indice du verre en précisant les incertitudes.

↪ En plaçant cette fois les lentilles côté face plane vers le viseur, mesurer la distance AB' où B' est l'image de B par le dioptré plan.

Q22 Justifier le choix de l'objectif de microscope.

Q23 Dédurre de vos mesures l'épaisseur de chaque lentille en précisant les incertitudes. On pourra comparer les résultats obtenus avec une mesure directe au palmer.

Q24 Comparer et analyser les mesures sur les deux lentilles.

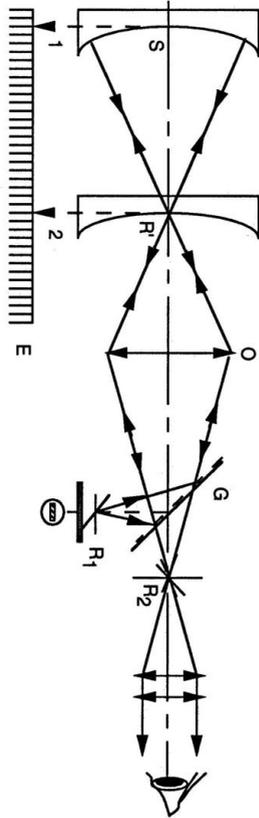


FIGURE 17 – Schéma de principe du viseur autocollimateur

Annexe. Schéma.

